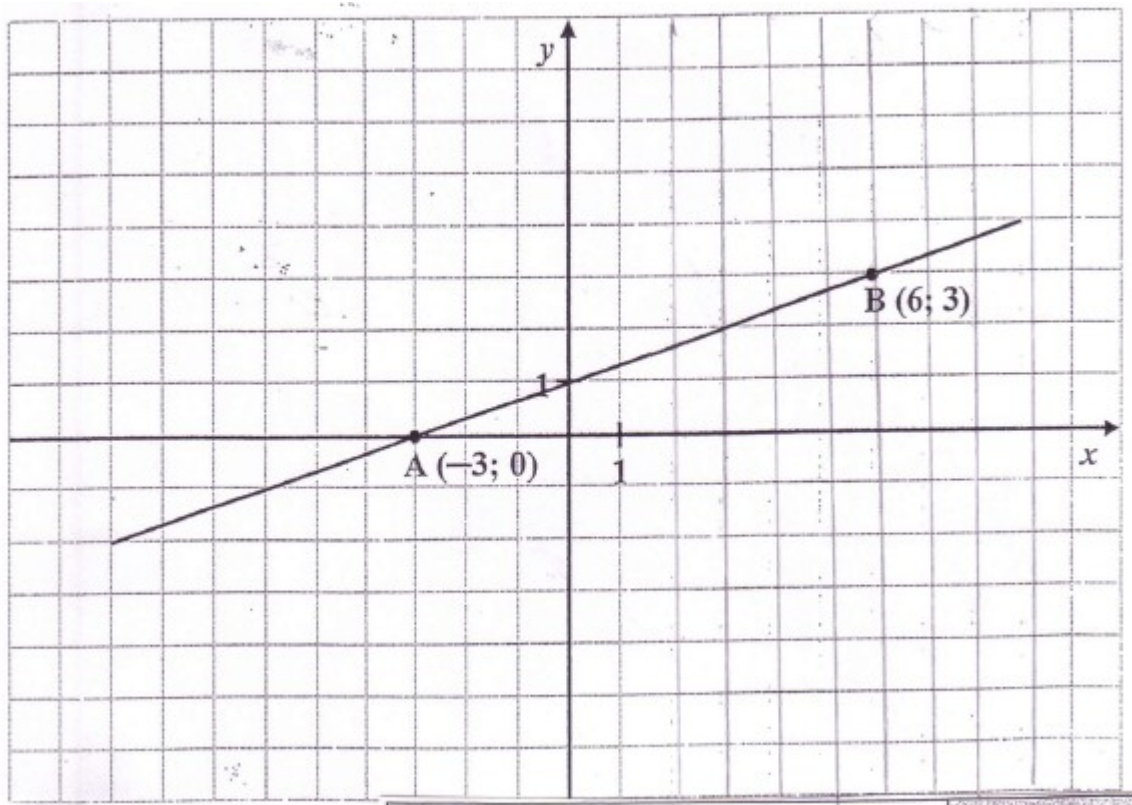


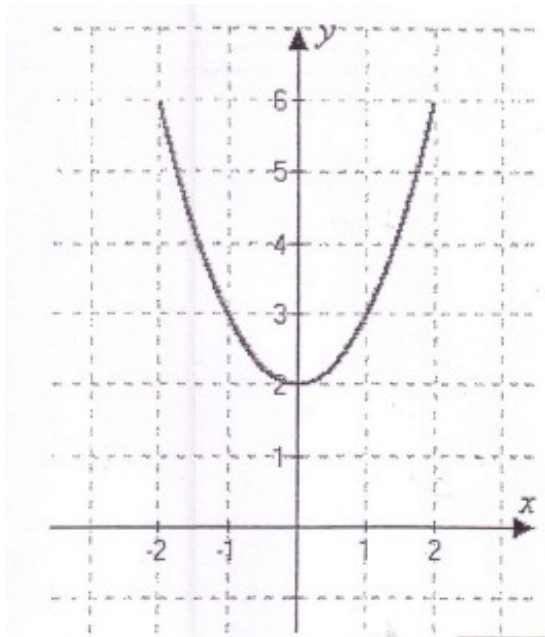
Függvények

1. Ábrázolja az $f(x) = \frac{1}{2}x - 4$ függvényt a $[-2; 10]$ intervallumon! (2 pont)
2. Írja fel az alábbi lineáris függvény grafikonjának egyenletét! (3 pont)



3. Ábrázolja $x \mapsto |x + 1| - 2$ függvényt a $[-2; 2]$ -on! (3 pont)
4. Az f függvényt a valós számok halmazán értelmezzük az $x \mapsto 3 \cdot |x + 6|$ hozzárendelési utasítással. Melyik x esetén veszi fel a függvény a legkisebb értékét, és mekkora ez az érték?
5. Mennyi az $f(x) = -|x| + 10$ ($x \in \mathbb{R}$) függvény legnagyobb értéke, és hol veszi fel ezt az értéket? (2 pont)
6. Ábrázolja az $x \mapsto \sqrt{(x - 4)^2}$ függvényt a $[-1; 7]$ intervallumot! (3 pont)

7. Az ábrán egy $[-2; 2]$ intervallumon értelmezett függvény grafikonja látható. Válassza ki a felsoroltakból a függvény hozzárendelési szabályát! (2 pont)



A: $x \mapsto x^2 - 2$.

B: $x \mapsto x^2 + 2$

C: $x \mapsto (x + 2)^2$.

8. Határozza meg a 7. feladatban megadott, $[-2; 2]$ intervallumon értelmezett függvény értékkészletét! (3 pont)

9. Adja meg a $[-2; 2]$ intervallumon értelmezett $f(x)=x^2+1$ függvény értékkészletét!

(3 pont)

10. Ábrázolja az $f(x) = x^2-2$ függvény grafikonját a $[-3; 2[$ -on!

(2 pont)

11. Határozza meg a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = x^2+3$ függvény értékkészletét!

(2 pont)

12. Ábrázolja a $[-3; 1]$ -on $x^2 - 3$ függvényt!

(2 pont)

13. Ábrázolja a $]-3; 2]$ -on az $f(x) = (x+1)^2-1$ függvény grafikonját! Az adott intervallumon mikor lesz a függvényérték negatív? (3 pont)

14. A valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto -(x - 1)^2 + 4$ függvénynek minimuma vagy maximuma van? Adja meg a szélsőérték helyét és értékét! (3 pont)

15. a) Ábrázolja a $[-2; 4]$ -on értelmezett, $x \mapsto (x - 1,5)^2 + 0,75$ hozzárendeléssel megadott függvényt!

b) Állapítsa meg a fenti függvény minimumának helyét és értékét!

16. Adja meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto x^2 - 5x$ másodfokú függvény zérushelyeit! Számítsa ki a függvény helyettesítési értékét az 1,2 helyen! (3 pont)

17. Melyik az a legnagyobb egész szám, ahol a $g(x) = 15x - x^2$ függvény helyettesítési értéke pozitív? (2 pont)

18. Ábrázolja az $x \mapsto x^2 - 2x - 3$ függvényt ($D = \mathbb{R}$)!

Adja meg a függvény szélsőértékét (helyét; értéket), zérushelyét! (4 pont)

19. Határozza meg az $x \mapsto x^2 - 4x + 3$ függvény szélsőértékének helyét és értékét!

20. Az $y = x^2 - 6x + 16$ egyenletű parabolához képest hol helyezkedik el az $A(7; 24)$ pont? (2 pont)

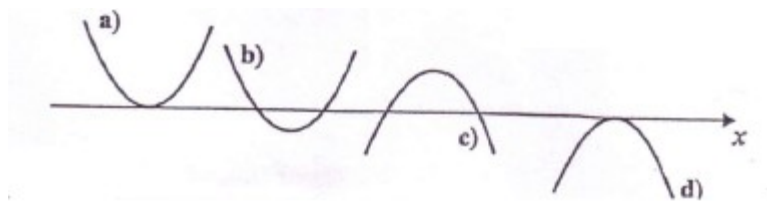
21. Állapítsa meg a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto x^2 - 2x - 8$ függvény zérushelyeit! (2 pont)

22. Hol veszi fel a maximumát a következő függvény? Mennyi ez a maximális érték?
 $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x^2 - 4x - 5|$. (4 pont)

23. Fejezze ki $f(a + 2) - f(2 - a)$ értékét, ha $a \in \mathbb{R}$ és
a) $f(x) = x^2 - 4x + 5$, $x \in \mathbb{R}$,

24. Az $f(x) = -x^2 + 2x + p$ függvény értékkészlete: $f(x) \leq 4$. Határozza meg f függvény zérushelyeit! (3 pont)

25. Az $f(x)ax^2 + bx + c$ függvényben $b^2 - 4ac = 0$, tudjuk továbbá, hogy $f(2005) = -2005$. Az alábbi grafikonok közül melyik lehet $f(x)$ grafikonja? (3 pont)



26. Ábrázolja az $f(x) = \sqrt{x} - 1, x \in [0;9]$ függvényt! Melyik x értékhez rendel a függvény nullát? (3 pont)

27. Ábrázolja az $x \mapsto \sqrt{x-2} - 1$ függvényt ($D = [2; \infty [$), adja meg a zérushelyeit! (2 pont)

28. Adott az $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \sqrt{-x}$ függvény. Határozza meg az értelmezési tartománynak azt az elemét, amelyhez tartozó függvényérték 4. (2 pont)

29. Tekintse az $f(x) = |x - 5| - 3$ ($D_f = \mathbb{R}$) és a $g(x) = \sqrt{x+4}$ ($D_g = [-4, \infty [$) függvényeket!

a) Oldja meg grafikusán az $f(x) = g(x)$ egyenletet! (6 pont)

b) Határozza meg az $f(-6) - g\left(\frac{44}{25}\right)$ értékét! (4 pont)

c) Jellemezze f függvényt zérushely és szélsőérték szempontjából! (4 pont)

30. Oldja meg grafikusán $\sqrt{x-2} > x - 4$ egyenlőtlenséget! (3 pont)

31. a) Ábrázoljuk a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ és $g(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ függvények grafikonját közös koordináta rendszerben! (4 pont)

b) Oldjuk meg a valós számok halmazán az $\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} \geq -\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$ egyenlőtlenséget!

(4 pont)

c) Adjuk meg az f függvény szélsőértékének helyét, értékét és monotonitását! (4 pont)

32. Az f, g és h függvényeket a következő formulák szerint értelmezzük:

$$f(x) = -x^2 + 2x + 1; \quad g(x) = \frac{2}{x} \quad \text{és} \quad h(x) = x - 1 \quad (D_f = D_h = \mathbb{R}, \quad D_g = \mathbb{R} \setminus \{0\}).$$

a) Ábrázolja ugyanabban a derékszögű koordináta-rendszerben f , g és h függvények grafikonjait (legalább a $[-2; 3]$ -on)! (7 pont)

b) Oldja meg a $\frac{2}{x} \leq x - 1$ egyenlőtlenséget! (7 pont)

c) Oldja meg a $a - x^2 + 2x + 1 > x - 1$ egyenlőtlenséget! (3 pont)

32.2 a) $f(x) = g(x)$; (3 pont)

b) $f(x) < g(x)$! (4 pont)

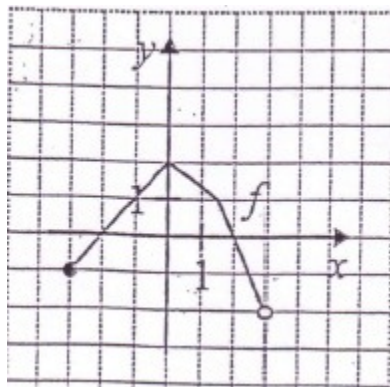
33. Határozza meg az $x \mapsto (3 - 5x - 2x^2)^{\frac{1}{2}}$ függvény lehetséges legbővebb értelmezési tartományát! (12 pont)

34. Rajzolja meg az $x \mapsto \frac{x}{x}$ függvény grafikonját a lehető legbővebb értelmezési tartományon! (3 pont)

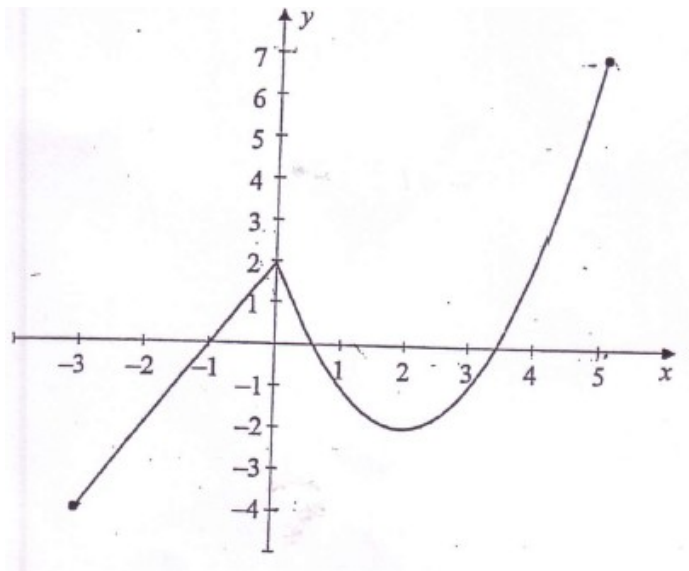
35. Bizonyítsa be, hogy nem létezik olyan, a valós számokon értelmezett f függvény, amelyre $f(x) + f(5 - x) = x$ teljesül minden $x \in \mathbb{R}$ esetén! (2 pont)

36. Adjunk meg olyan B ponthalmazt a síkon, amelyre igaz a következő állítás: B a sík egyenesei közül csak a koordinátarendszer tengelyeit nem metszi, a többit igen. (3 pont)

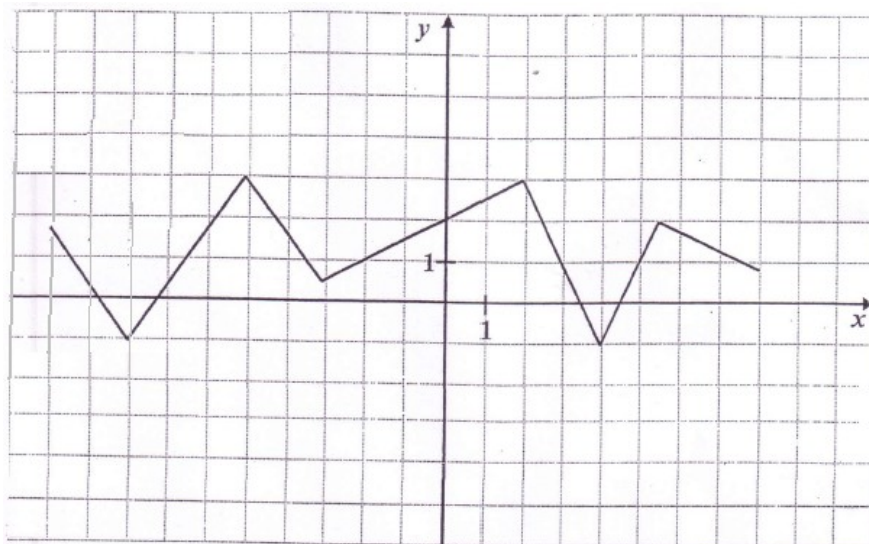
37. Adott az f függvény grafikonja. Adja meg az f függvény értelmezési tartományát (D_f), értékészletét (R_f)! (2 pont)



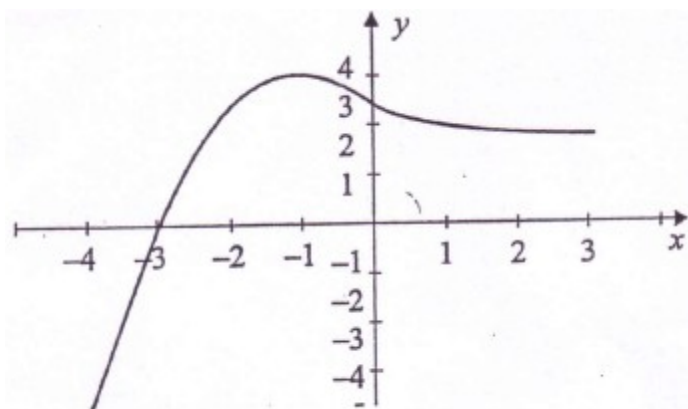
38. Adott az f függvény grafikonja. Olvassuk le az f függvény értelmezési tartományát, értékészletét! (2 pont)



39. Adja meg az alábbi, grafikonjával megadott függvény értékészletét! (2 pont)

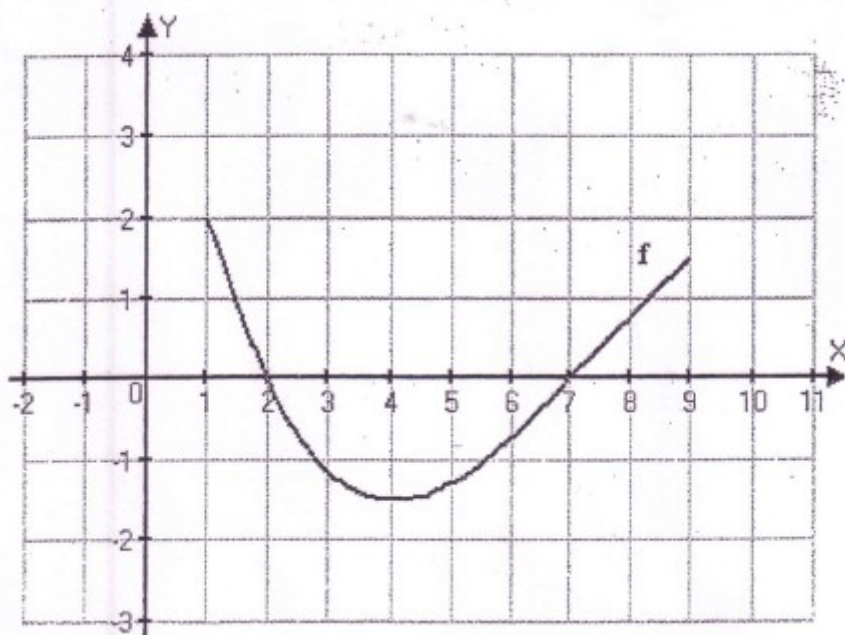


40. Adott az f függvény grafikonja. Adja meg a szélsőértéket (helyét, értékét) és zérushelyét!



(3 pont)

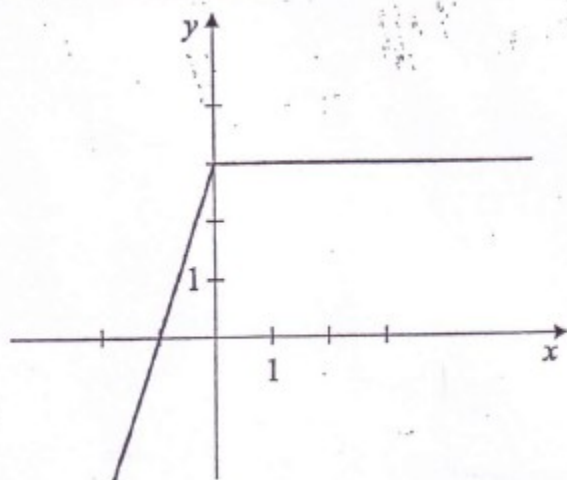
41. Adott az f függvény grafikonja. Olvassa le az $f(x) \leq 0$ egyenlőtlenség megoldáshalmazát!



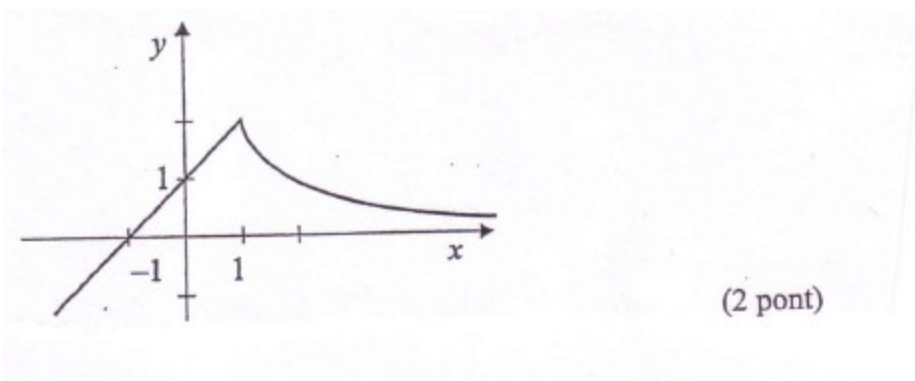
(2 pont)

42. Adott az f függvény grafikonja. Olvassa le az $f(x) \geq 0$ egyenlőtlenség megoldáshalmazát!

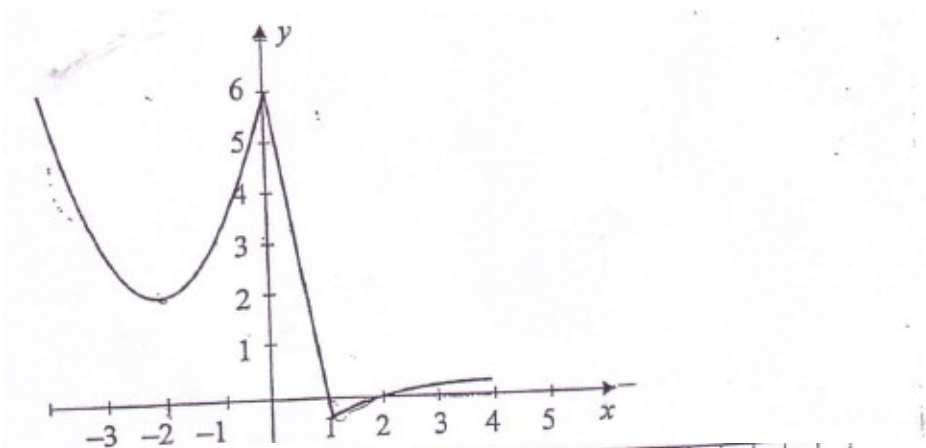
(2 pont)



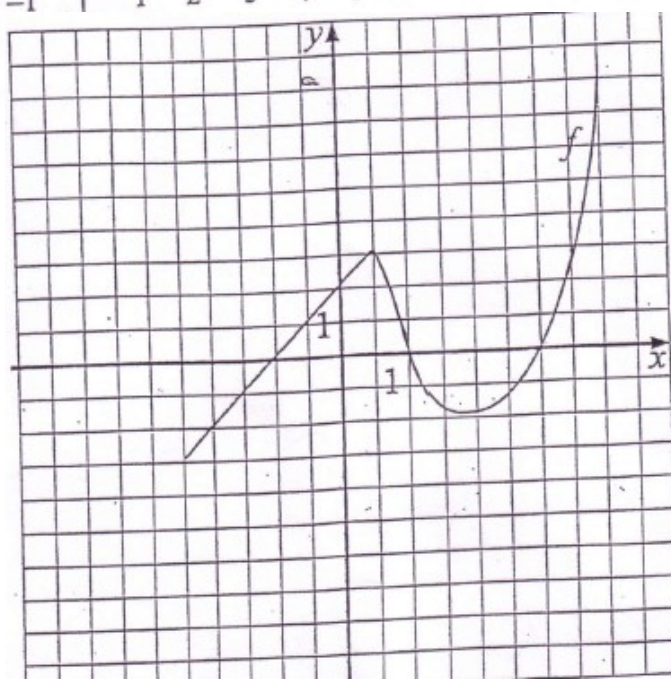
43. Adott az $f(x)$ függvény grafikonja. Adja meg $f(x) \geq 0$ egyenlőtlenség megoldáshalmazát!



44. Adott az $f(x)$ függvény grafikonja. Adjuk meg az $f(x) < 0$ egyenlőtlenség megoldáshalmazát!



45. Adott az f grafikonja. Olvassa egyenlőtlenség megoldáshalmazát!

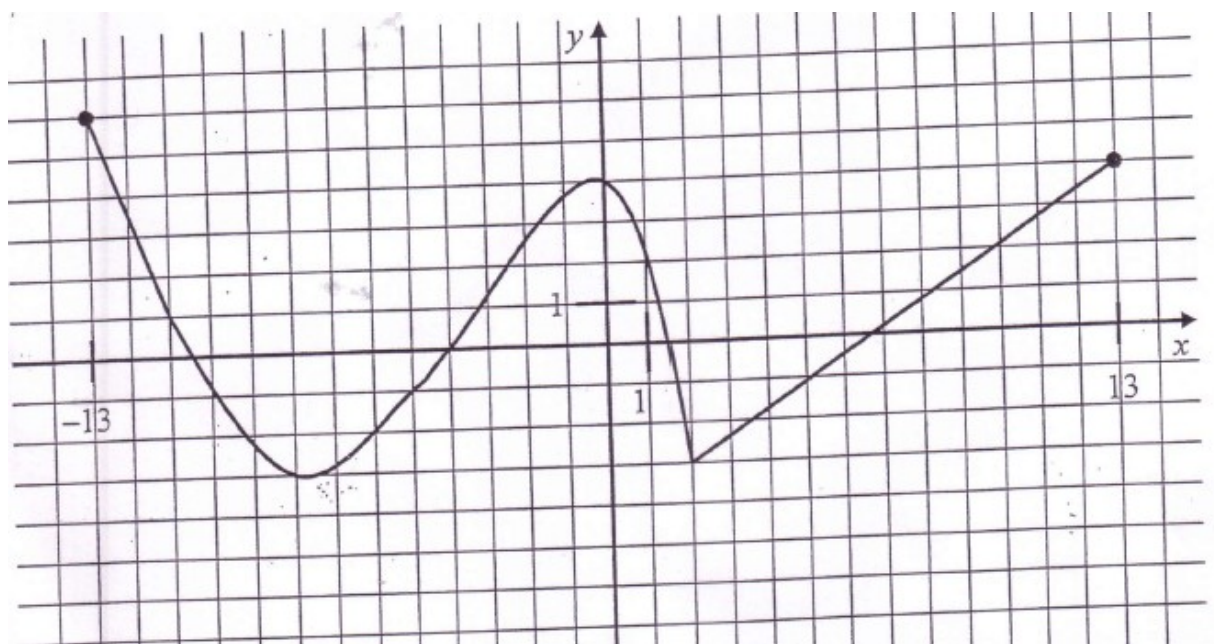


it)

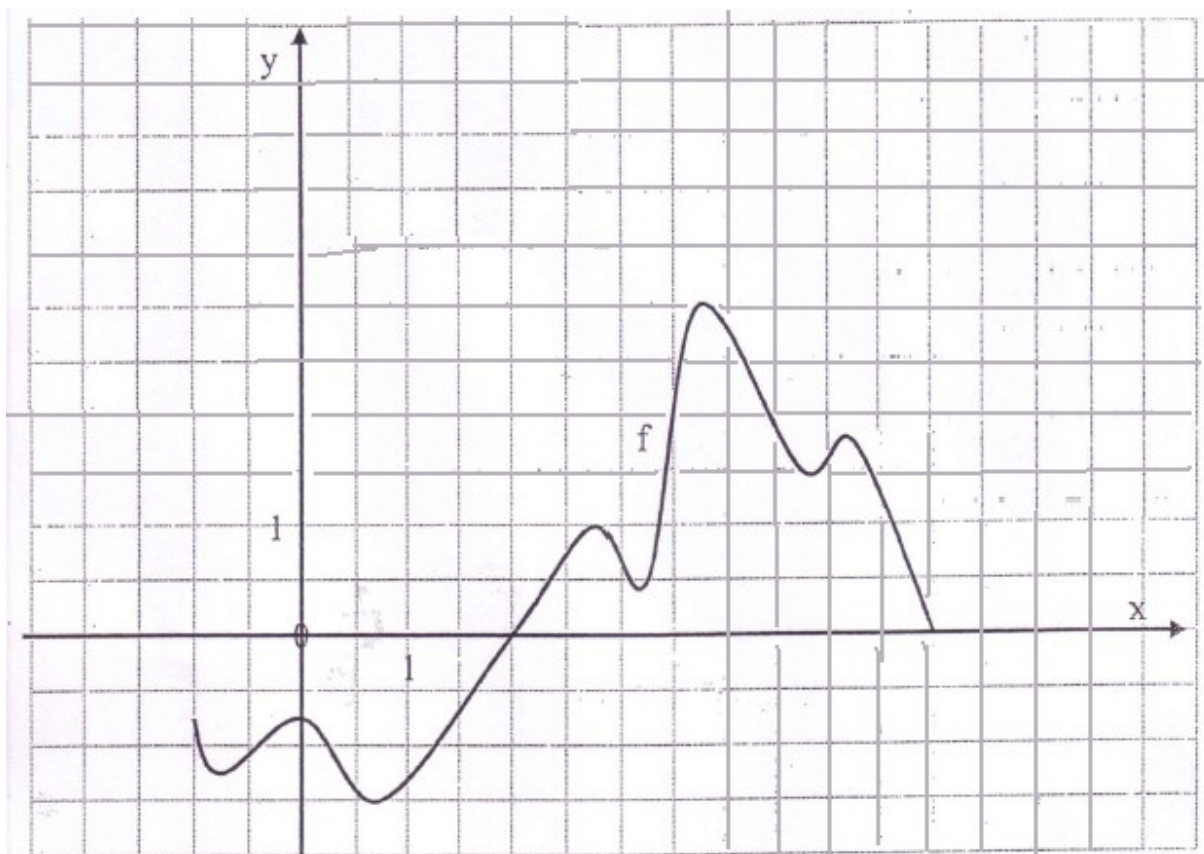
függvény
le az $f(x) \leq 0$

(2 pont)

46. Adjon meg egy olyan zárt intervallumot, ahol a grafikonjával megadott alábbi függvény csökkenő! (2 pont)



47. Az $[-1; 6]$ -on értelmezett $f(x)$ függvény hozzárendelési szabályát a grafikonjával adtuk meg.



- a) Határozza meg az egyenlőtlenség megoldását! (2 pont)
- b) Adja meg $f(x)$ legnagyobb értékét! (1 pont)
48. Ábrázolja a valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto 3^x$ függvényt! (3 pont)
49. Határozza meg az $x \mapsto 3^{x-2} - 4$ függvény értékkészletét, ha értelmezési tartománya a lehető legbővebb, valós számokból álló halmaz? (2 pont)
50. Határozza meg a $]0; 5]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto 2^{x-3} - 1$ függvény
 a) szélsőértékeit,
 b) zérushelyeit! (3 pont)
51. Tekintse az $f(x) = 2^x - 3$ függvényt! Határozza meg az $f(3) - f(-1)$ értéket! (3 pont)
 Fejezze ki $f(a+2) - f(2-a)$ értékét, ha $a \in \mathfrak{R}$ és $f(x) = 3^x, x \in \mathfrak{R}$. (2 pont)
52. Ábrázolja $x \mapsto \log_2 x + 1$ függvényt! (2 pont)
53. Ábrázoljuk a $(2; 4)$ -n az $x \mapsto \log_2(x - 1)$ függvényt! (2 pont)

54. Hol metszi a koordináta-rendszer tengelyeit a $x \mapsto \log_3(x + 3)$ függvény grafikonja? (2 pont)

55. Ábrázolja az $f(x) = 2 \sin x$ függvény grafikonját a $[-2\pi; 2\pi]$ -on! (3 pont)

56. A valós számok mely legbővebb részhalmazán értelmezhető az $x \mapsto 2 \sin x - 1$ függvény? Mi az értékkészlete? (3 pont)

57. Ábrázolja az $x \mapsto 2 \cos x$ függvényt a $[-2\pi; 2\pi]$ -on! (2 pont)

58. Határozza meg az alábbi függvény $x = 7$ helyen vett helyettesítési értékét!

$$f(x) = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} \cdot x\right)}{\log_{16} \frac{1}{x-3}} \quad (3 \text{ pont})$$

59. Állapítsa meg a következő függvények periódusát (az értelmezési tartományuk a valós számok halmazának az a legbővebb részhalmaza, amelyre értelmezhetők)!

$$\text{a) } f(x) = \sin \frac{\pi x}{7} \quad \text{b) } g(x) = \frac{\operatorname{tg} 3x}{5} \quad (2-2 \text{ pont})$$