

# GRÁFOK

1. Egy találkozón hat ember vett részt, a résztvevők egyharmada 5, ketten közülük 3, Többiek pedig 2 emberrel fogtak kezét. Szemléltesse rajzzal a kézfogásokat! (3pont)
2. Egy 5 fős társaság tagjainak rendre 1, 2, 3, 4, ismerőse van a társaságon belül (az ismeretség kölcsönös). Szemléltessük az ismeretségeket gráffal! (2pont)
3. Egy ötcsúcú gráf pontjainak fokszáma 3, 3, 3, 1, 2, Szemléltesse a gráfot ! (2 pont)
4. Egy sakkverseny döntőjébe 5 versenyző jutott be. Közülük 1 versenyző mindegyik társát ismeri, a többiek pedig egyenként 2-2 személyt ismernek a döntő résztvevői közül. Szemléltesse rajzzal (gráf alkalmazásával) az ismeretségeket, ha az ismeretségek kölcsönösek! (2pont)
5. Szemléltesse gráffal azt a vasúthálózatot, amelyben szereplő hét településről a következőket tudjuk:  
Az *A* várost, *B*, *C* és *D* városokkal vasútvonal köti össze, a *B* városból *C* és *E* Városokba, valamint a *D* városból az *F* és a *G* településekhez közvetlen vasútvonal megy. Mennyi a fokszámok összege ebben a gráfban? (2pont)
6. Egy találkozón hat ember vett részt, a résztvevők fele 5, harmada 4 emberrel fogott kezét, egy ember pedig 3 emberrel. Szemléltesse gráffal a kézfogásokat! (3pont)
7. Öt fiú, András, Balázs, Csanád, Dénes, és Elemér kollégistaként kezdi el a 9.osztályt, és ugyanabba az ötágyas szobába kerülnek. András ismerete mind a négy társát, a többiek viszont mindannyian három embert ismertek a négy szobatárs közül. Dénes nem ismerte Elemért. Rajzoljon egy gráfot, amely az öt diák egymás közötti korábbi ismeretségét szemlélteti!
8. Józsefnek 3 gyermeke volt. Andor, Mátyás és Dávid. Mátyásnak 3 fia született, Dávidnak 1, Andornak egy sem. Szemléltesse gráffal az apa-fiú kapcsolatokat, Hány csúcsa és hány éle van a gráfnak?
9. A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek. András, Béla, Csaba, Dani, Ede, és Feri. A versenykiírás szerint bármely két Fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival, és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andráson kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.

- a) Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket! (4pont)
- b) Hány mérkőzés van még hátra? (3pont)
- c) Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyző közül Dani az első két hely valamelyikén végez? (5pont)
10. Októberben az iskolában hat osztály nevezett be a focibajnokságra egy-egy csapattal. Hány mérkőzést kell lejátszani, ha mindenki mindenkivel játszik, és szerveznek visszavágót is? (3pont)
11. Egy 7 tagú társaságban mindenki egyszer kezet fogott. Hány kézfogás történt? (2pont)
12. Egy ötpontú egyszerű gráfban megrajzoltunk 8 élt. Mutassuk meg, hogy van legalább Két olyan csúcs, amelyből pontosan 3 él indul ki! (3pont)
13. Van-e olyan 5 főből álló társaság, amelyben az egyes emberek társaságon belüli Ismeretségeinek száma rendre: 3, 2, 1, 1, 4, ? (Az ismeretségek kölcsönösek) (2pont)
14. Egy 6 fős társaságban néhányan kezet fogtak. Lehetséges-e, hogy a társaság tagjai Rendre 3, 3, 1, 1, 1, 2-ször fogtak kezet? Válaszát indokolja! (3pont)
15. Van-e olyan 5 főből álló társaság, ahol a társaság tagjainak rendre 1, 1, 2, 3, 4 Ismerőse van a társaságon belül? (Tegyük fel, hogy az ismeretségek kölcsönösek) (2pont)
16. Összejön a hét törpe, de nincs mindenki mindenkivel jóban. Előfordul-e, hogy Üdvözléskor mindegyik törpe pontosan 1 társával ne fogjon kezet? (3pont)
17. Egy telefonhálózatban 6 központ mindegyike legalább 3 másikkal van közvetlen kapcsolatban.
- a) Létesíthető-e akkor bármely két központ között kapcsolat közvetlenül vagy más központon keresztül?
- b) Mi a helyzet akkor, ha a „3 másikat” 2-re csökkentjük? (4pont)
18. Egy egyszerű gráfban 5 csúcs van, amelyből rendre 4; 3; 2; 2; 1 él indul. Hány éle van a gráfnak? (2pont)
19. Egy gráfban 4 csúcs van. Az egyes csúcsokból 3; 2; 2; 1; él indul. Hány éle van a gráfnak? (2pont)

20. Legalább hány éle van annak a gráfnak, amelynek 3 csúcsa van és összefüggő?  
(2pont)
21. Egy 5 fős társaságban mindenkinek pontosan 2 ismerőse van a társaságon belül (az ismeretségek kölcsönösek). Van-e köztük 3 olyan ember, akik kölcsönösen ismerik egymást?  
(3pont)
22. Egy fiúból és 5 lányból álló társaságban a fiúk is és a lányok is egy-egy baráti Társaságot alkotnak, de nincs ismeretség különböző neműek között.
- a) Kiosztunk nekik egy-egy kártyát úgy, hogy egymást ismerő embereknek nem osztunk azonos lapot. Legalább hány különböző fajta kártyára van szükségünk?  
(4pont)
- b) A társaság moziba megy és egy sorba kéri a 9 jegyet. Az ismerkedést megkönnyítendő úgy szeretnének leülni, hogy egymás mellett ne üljön két azonos nemű ember. Hány különböző módon tehetik meg?  
(5pont)
- c) Mozi után a fiúk kezét fognak minden fiúval, a lányok pedig pusztit adnak Lány barátaiknak. Mennyivel volt több a pusztik száma, mint a kézfogásoké?  
(3pont)
23. Egy teniszkupán a következő hat ember vett részt: Alma, Matild, Réka, Gertrúd, Jolán és Krisztina. Az első napon a következő mérkőzéseket tartották meg ( a versenyzőket nevük kezdőbetűje jelöli): A-R, R-J, M-K, A-J, M-G, M-J.
- a) Ezen versenynap végén le tudnak-e ülni a versenyzők egymás mellé úgy, hogy Bármely két szomszédos ember mérkőzése már lejátszott?  
(5pont)
- b) Ugyanezen nap estéjén néhányan a versenyzők közül moziba voltak, olyanok Akik között egyetlen mérkőzés sem volt még. Legfeljebb hányan lehettek?  
(5pont)
- c) Hány mérkőzés van még a versenyből hátra, ha mindenki mindenkivel egyszer játszik?  
(17pont)
24. Az iskolában futballbajnokságot hirdettek.
- a) Tavasszal a csapatok egyfordulós körmérkőzést játszottak. (Minden csapat Minden csapattal egyszer játszott.) Hány csapat nevezett a bajnokságra, ha Az összes mérkőzés száma hárommal nagyobb volt a résztvevő csapatok Számának a kétszeresénél?  
(5pont)
- b) Az őszi fordulóban ugyanezek a csapatok vettek részt, de a bajnokság a rossz Idő miatt félbeszakadt. Lehetséges-e, hogy az egyes csapatok által addig Lejátszott mérkőzések számának az összege 11?  
(5pont)
- c) Legfeljebb hány mérkőzést tartottak meg az ősszel, ha volt olyan csapat, Amelyik még egyszer sem játszott?  
(5pont)

25. Egy cég öt irodája között a számítógépes összeköttetés kiépítési költségeit az alábbi Táblázat tartalmazza, ezer forintban. Tervezze meg a legolcsóbb hálózatot!

A	B	C	D	E	
-	27	35	53	31	A
	-	42	55	38	B
		-	40	31	C
			-	37	D
				-	E

26. Egy társaságban van hat fiú és néhány lány. Minden fiú pontosan két lányt ismer, és Minden lány pontosan három fiút ( az ismeretség kölcsönös). Hány lány van a társaságban?