

SZÁMELMÉLET

1. Peti felírt egy hárommal osztható hétjegyű telefonszámot egy cédulára, de az utolsó jegy elmosódott. A barátja úgy emlékszik, hogy az utolsó jegy 0 volt. A kiolvasható szám: 314726□. Igaza lehetett-e Peti barátjának? Válaszát indokolja! (2 pont)
2. A $\overline{2x3}$ háromjegyű szám osztható 3-mal. Mennyi lehet az x számjegy értéke? (2 pont)
3. Milyen egyjegyű számot írhatunk x helyére, ha a kapott ötjegyű szám 9-cel osztható?
 $\overline{13x54}$ (2 pont)
4. A $\overline{200202x4}$ számban az x helyébe írjon olyan számjegyet, hogy a kapott nyolcjegyű szám osztható legyen 12-vel! (3 pont)
5. A $\overline{62745x4}$ számban írjon az x helyére olyan számjegyet, hogy a kapott hétjegyű szám osztható legyen 24-gyel! (3 pont)
6. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 - a. Ha egy természetes szám 4-gyel osztható, akkor páros. (1 pont)
 - b. Ha egy természetes szám páros, akkor osztható 4-gyel. (1 pont)
 - c. A párosság a négyvel oszthatóság szükséges feltétele. (1 pont)
 - d. A párosság a négyvel oszthatóság elégséges feltétele. (1 pont)
 - e. Egy szám osztható négyvel, ha utolsó két számjegyének mindegyike osztható négyvel. (1 pont)
 - f. Minden négyvel osztható szám utolsó két számjegyének összege osztható négyvel. (1 pont)
7. Döntse el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, melyik hamis!
 - a. Ha egy természetes szám osztható hattal és tízzel, akkor osztható hatvannal. (1 pont)
 - b. A 20-nál kisebb pozitív prímszámok összege páratlan. (1 pont)
8. A pozitív egészeket növekvő sorrendbe állítjuk. Melyik szám nagyobb: a hetedik 13-mal osztható pozitív egész, vagy a tizenharmadik 7-tel osztható pozitív egész?(2 pont)
9. Hány olyan legfeljebb 3-jegyű pozitív egész szám van, amely osztható 6-tal és 8-cal, de nem osztható 5-tel? (4 pont)
10. Van-e olyan prímszám, melynek ötszöröse osztható 7-tel? (2 pont)
11. Milyen számjegyre végződik a $2006^{2007}+1$? (2 pont)
12. Határozza meg a 294 és 140 legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! (2 pont)

SZÁMELMÉLET

13. A kerékpár pedáljánál 180 fogú, míg a keréknél 24 fogú fogaskerék van. Legkevesebb hányszor kell a pedált körbeforgatni, hogy mindkét fogaskerék a kiindulás állapotába kerüljön? (3 pont)
14. Két inga lengésideje 36, illetve 45 másodperc. Ha a két ingát egyszerre indítjuk, akkor lengésük során leghamarabb mennyi idő múlva kerülnek újra egyszerre a kiindulási helyzetbe? (3 pont)
15. Legyen $A=3^{10} \cdot 6^{18} \cdot 10^8$ és $B=2^{16} \cdot 7^9 \cdot 15^8$. Határozza meg A és B
a. legnagyobb közös osztójának és
b. legkisebb közös többszörösének prímtényező felbontását! (2 pont)
16. Hány darab pozitív egész szám esetén igaz a $[18; x]=72$ egyenlet, ahol $[a; b]$ az a és b pozitív egész számok legkisebb közös többszörösét jelenti? (2 pont)
17. Géza két olyan számra gondolt, amelyek összege pozitív. Mit mondhatunk szorzatuk előjeléről? (2 pont)
18. Igazak-e a következő állítások? Válaszát indokolja! (3 pont)
a. Két páros szám összege páros.
b. Egy páros és egy páratlan szám összege páratlan.
c. Két egymás utáni páros szám szorzata osztható hattal.
19. Páros vagy páratlan az első száz pozitív prím szorzata, illetve összege? Miért?(2 pont)
20. Döntsük el, hogy melyik állítás igaz, és melyik hamis az alábbiak közül! (2 pont)
a. Két négyzetszám szorzata négyzetszám.
b. Páros számú pozitív egész összege páros.
21. Tekintse a következő állításokat, és a táblázatban mindegyik betűjele mellé írja oda, hogy igaz, vagy hamis állításról van-e szó!
A: Két pozitív egész közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. (1 pont)
B: Két egész szám közül az a nagyobb, amelyiknek az abszolút értéke nagyobb. (1 pont)
C: Negatív szám egész kitevőjű hatványai között pozitívak és negatívak is vannak. (1 pont)
22. Melyik az a legkisebb pozitív páros szám, amely jegyeinek összege 21? (2 pont)
23. Adjon meg néhány természetes számot úgy, hogy összegük és szorzatuk is 15 legyen!
24. Van-e olyan egész szám, melynek köbe négyzetszám? (2 pont)
25. Kata keresett két olyan számot, amelyekre $a^2 > b^2$. Igaz-e, hogy $a > b$? (2 pont)

SZÁMELMÉLET

26. Pisti keresett két olyan számot, amelyekre teljesül, hogy $a < b$. Igaz-e, hogy $a^2 < b^2$?
Válaszát példával támassza alá! (2 pont)
27. Írja fel a $\left]-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right[$ intervallum 3 különböző elemét! (2 pont)
28. Írja fel az $\left]\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right[$ intervallum három különböző elemét! (2 pont)
29. Adjon meg négy azonos nevezőjű törtet, melyek a $\frac{3}{53}$ és a $\frac{4}{53}$ közé esnek! (2 pont)
30. Írja fel két egész szám hányadosaként a $2 + \frac{2}{3}$ szám reciprokának értékét! (2 pont)
31. Melyik szám abszolút értéke nagyobb az $x = \frac{2002}{2001}$ és az $y = -\frac{2001}{2000}$ közül? (2 pont)
32. Az $a = 2$ és $b = -1$ esetén számítsa ki C értékét, ha $\frac{1}{C} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. (2 pont)
33. Az $\frac{531}{999}$ szám tizedes tört alakjában, mi a tizedes vessző utáni 2006. számjegy? (3 pont)
34. Írja át a tizenegyet kettesalapú számrendszerbe! (2 pont)