

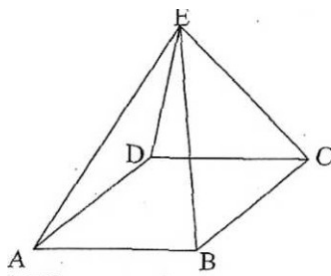
Térgeometria

- 1, Egy bádogos kocka alakú, felül nyitott, 64 dm^3 -es tartályt készít. Hány dm^2 bádogra van ehhez szüksége?
- 2, Legalább hány egybevágó kockából építhetünk fel újabb (nagyobb) kockát?
- 3, Egy téglatest alakú akvárium belső méretei (egy csúcsból kiinduló éleinek hossza): 42 cm, 25 cm és 3 dm. Megtelik-e az akvárium, ha beletöltünk 20 liter vizet? Válaszát indokolja! (3 pont)
- 4, Egy 1 cm oldalhosszúságú négyzetet az egyik átlója körül megforgatunk. Mekkora az általa súrolt térrész térfogata? (2 pont)
- 5, Egy kockát 8 db kisebb kockára daraboltunk szét az oldallapokkal párhuzamos három síkkal. Hányszorosa a 8 kisebb kocka együttes felszíne az eredeti kocka felszínének?
- 6, Az ábrán látható az ABCDE négyzet alapú egyenes gúla. Döntse el, hogy az alább felsorolt szögek közül melyik az \widehat{AE} oldaléi és az alaplap hajlásszöge?

a, $\widehat{BCE} <$

b, $\widehat{CAE} <$

c, $\widehat{DCE} <$



- 7, A bűvész henger alakú cilinderének belső átmérője 22 cm, magassága 25 cm. Hány liter vizet lehetne belevarázsolni? Írja le a megoldás menetét!

(Az eredményt egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

- 8, Egy henger térfogatának hány százalékaival kisebb a bele illeszkedő legnagyobb térfogatú kúp térfogata? (2 pont)

- 9, Számítsa ki, hányszorosa a kocka térfogata a kockába írt gömb térfogatának! (2 pont)

10, Egy gömb alakú labda belső sugara 13 cm. Hány liter levegő van benne? Válaszát indokolja! (3pont)

11, Hányszorosára növekszik a gömb térfogata, ha felszíne a duplájára nő? (3 pont)

12, Egy 4 cm sugarú tömör alumíniumgömböt megolvasztunk, és anyagából 1 cm sugarú tömör gömböket öntünk (3 pont)

a, Hány darab keletkezik?

b, Mekkora a kis gömbök összfelszíne az eredeti gömb felszínéhez képest?

13, A Betelgeuze nevű csillag átmérője ötszázmillió kilométer, átlagos sűrűsége 10^{-8} g/cm³

Hány kg a tömege? (Az r sugarú gömb térfogatát közelítőleg a $4,2 \times r^3$ képlettel is kiszámíthatja)

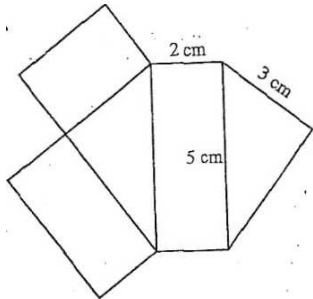
14, A Nap tömege $2 \cdot 10^{30}$ kg, átmérője 1,4 millió km. Mekkora az átlagos sűrűsége? (A tömeg a térfogat és a sűrűség szorzataként is kiszámítható.)

15, Tekintsünk két hengert. Alapköreik sugaraik legyenek r_1 illetve r_2 . Mindkettő alapkörének kerülete egyenlő a másik henger magasságával. Hogyan aránylik egymáshoz a két henger térfogata? (3pont)

16, A T_1 szabályos tetraéder felszíne 9-szer akkora, mint a T_2 szabályos tetraéder felszíne. Hányszorosa a T_2 tetraéder térfogata T_1 tetraéder térfogatának? (3pont)

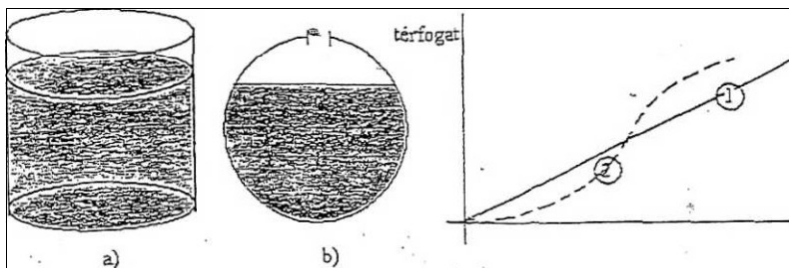
17, A Dunából kotrógéppel emelik ki a homokot. A kotrógépről lehulló homok 3,6 m magas kúpot képez, amely alul 12 m széles. Hány 5 tonnás teherautó szállíthatja el ezt a homokkúpot? (Egy köbméter homok tömege kb. 2 tonna)

18, Egy hasáb síkba kiterített hálójá téglalapokból és derékszögű háromszögekből áll. Mekkora a hasáb magassága?



19, Egy egyenes körkúp magassága egyenlő alapköre átmérőjének a felével. A kúp térfogata 72π cm. Milyen magas ez a kúp? (3 pont)

20, Az ábrán két edény és két grafikon látható. A grafikonok az egyes edényekben lévő folyadék mennyiségét szemléltetik a folyadék magasságának függvényében. Melyik grafikon melyik edényhez tartozik? Válaszát indokolja! (2 pont)



21, Egy négyzetes hasáb élei cm-ben mérve 2-nél nagyobb egész számok. A hasábot pirosra festettük, majd lapsíkjaival párhuzamos síkokkal egy cm élű kis kockákra vágtuk szét. Kiderült, hogy azon kis kockák száma, melyeknek egy lapjuk festett 78.

a, Mekkora a hasáb térfogata? (11pont)

b, Hány olyan kis kocka keletkezett, melynek pontosan két lapja festett? (6pont)

22, Egy téglatest egy csúcsba befutó éleinek aránya 3:5:7. A téglatest felszíne $887,5 \text{ cm}^2$.

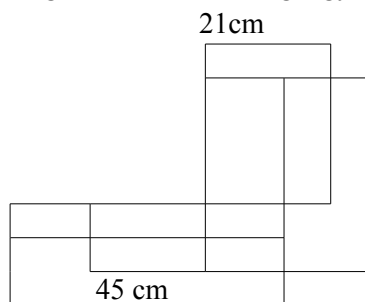
- a, Határozzuk meg a téglatest térfogatát! (4pont)
- b, Milyen hosszú a testátló? (3pont)
- c, Mekkora szöget zár be a testátló a legnagyobb területű lappal? (5pont)
- d, Határozzuk meg a körülírt gömb térfogatát! (5pont)

23, Adott egy 8 cm élű kocka.

- a, Tekintse a kocka egyik lapját! E négyzet oldalain az egyik csúcspontból pozitív körülírási irányban kiindulva jelölje ki az első negyedelőpontokat! Milyen négyszöget határoz meg ez a négy pont? Mekkora e négyszög területe?
- b, A kocka síkmetszetei között vannak szabályos háromszögek is. Rajzolja be a kocka ábrájába a legnagyobb ilyen szabályos háromszögek egyikét. Hány ilyen van?
- c, Mekkora egy ilyen háromszög oldala?

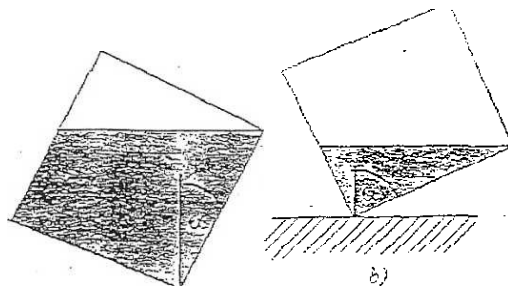
24, A mellékelt ábrán egy téglatest hálózata látható.

- a, Határozza meg a téglatest éleinek hosszát!
- b, Számítsa ki, hogy a körülírt gömb térfogatának hány százaléka a téglatest térfogata!
- c, Forgassa el a téglatestet valamelyik két szemközti lapjának központján átmenő egyenes körül 90° -kal, majd számítsa ki az eredeti és az elforgatott test közös részének térfogatát! Melyik tengely körüli forgatáskor adódik a legnagyobb térfogatú közös rész?

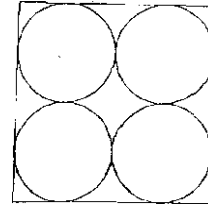
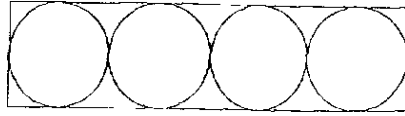


25, Egy kocka alakú akvárium $\frac{3}{4}$ -ig van tele vízzel.

- a, Hány fokkal döntjük meg valamelyik éle körül, hogy a víz elkezdjen kifolyni az akváriumból? (7pont)
- b, Hány fokkal döntjük meg, ha azt akarjuk, hogy az akváriumban lévő víz fele kifolyjon? (10pont)



26, 4 cm átmérőjű faglyókat négyesével kis (téglatest alakú) dobozokba csomagolunk úgy, hogy azok ne lötyögjenek a dobozokban. A két szóba jövő elrendezést felülnézetből lerajzoltuk:



A dobozokat átlátszó műanyag fóliával fedjük le, a doboz többi része karton papírból készül. A ragasztáshoz, hegesztéshez hozzászámoltuk a doboz méreteiből adódó anyagszükséglet 10%-át.

a, Mennyi az anyagszükséglet egy-egy dobozfajtánál a két felhasznált anyagból külön-külön? (8pont)

b, A négyzet alapú dobozban a fagolyók közötti teret állagmegóvási célból tömítő anyaggal töltik ki. A doboz térfogatának hány százalékát teszi ki a tömítő anyag térfogata? (4pont)

27, Egy épülő ház vakolásra váró felületének nagysága 1000 m^2 .

a, Mekkora mennyiséget kell venni az egyes anyagokból, ha 50 m^2 felület vakolásához 1 mázsa cementre, 1 m^3 homokra és 4 mázsa mészre van szükség? (2pont)

b, Mekkora a vakolat anyagköltsége 2006. január elseje után, ha 2002. január elseje után 1 mázsa cement 2600 Ft-ba, 1 m^2 homok 4000 Ft-ba és 1 mázsa mész 1600 Ft-ba került, és az anyagárak átlagosan évi 15%-kal emelkedtek? (Az árak január elsejével emelkedtek) (4pont)

c, A megrendelt $10,60 \text{ m}^3$ homokot, a szállító az udvar vízszintes talajára öntötte ki. A homok 30° -os lejtéssel állapotodott meg. Milyen magasnak kell lennie a homokkúpnak? (5pont)

d, A megrendelő a homokkúp alapkörének átmérőjét $4,8 \text{ m}$ -nek, a homok lejtését 30° -osnak találta méréskor. A megrendelt ($10,60 \text{ m}^3$) mennyiség hány százalékát szállították ki, kinek származott kára és mekkora a kárérték, ha 1 m^3 homok 4000 Ft? (6pont)

28, Egy kúp nyílásszöge 20° , alapkörének sugara 40 cm . Határozzuk meg a kúp felszínét, térfogatát, a beírt gömbjének sugarát! (12pont)

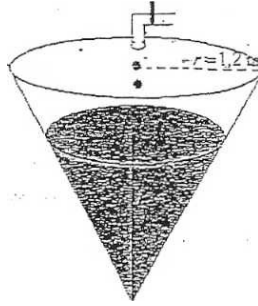
29, Egy forgáskúp alapkörének átmérője egyenlő a kúp alkotójával. A kúp magasságának hossza $5\sqrt{3} \text{ dm}$. Készítsen vázlatot!

a, Mekkora a kúp felszíne? (9pont)

b, Mekkora a kúp térfogata? (2pont)

c, Mekkora a kúp kiterített palástjának középponti szöge? (6pont)

30, Egy kúp alakú tartályba egy csapon át csöpög a víz, óránként 1 liter (lásd ábra) A kúp r sugara és m magassága: $r=1,2 \text{ m}$. $m=2,4 \text{ m}$.



Közben a tartályban lévő víz párolog is, a párolgás mennyisége egyenesen arányos a vízfelszín nagyságával, 1 m²-re számítva 0,5 liter óránként.

- a, Milyen magasan áll a folyadék a tartályban, amikor beáll az egyensúly (azaz a befolyó és elpárolgó mennyiség megegyezik) (8pont)
- b, Hogyan változtassák meg a csöpögés „sebességét”, hogy az egyensúly akkor álljon be, amikor a vízszint magassága 2,2 m? (6pont)
- c, Mennyi víz lesz ekkor a tartályban? (3pont)

31, Egy sátorlapból olyan egyenes körkúp alakú sátor készíthető, amelynél az alapkör sugara, a kúp magassága és az alkotója (ebben a sorrendben) egy számtani sorozat egymást követő elemeit alkotják.

- a, Mekkora a kúp nyílásszöge? (10pont)
- b, Milyen magas a sátor, ha a sátorlap területe 24π m² (A sátor alapja is a sátorlapból készül)(7pont)

32, Belül üres, vékony falú testet folyadékkal töltünk fel. A betöltött folyadék mennyiségét (cm³-ben) mutatja a mellékelt grafikon a folyadékszint (cm-ben mért) magasságának (x) függvényében.

- a, Milyen magas az edény és mennyi folyadék tölthető bele?
- b, Az edény alakját a következő halmazból kell kiválasztania: {körhenger; forgáskúp; gömb; csonkakúp; félgömb; csúcsára állított szabályos gúla}
- Melyik illik leginkább a grafikonhoz? Készítsen olyan ábrát is, amelyen feltünteti az edény méreteit!
- c, Talpára állított forgáskúp alapkörének sugara 12 cm, magassága 24 cm. A vizsgált edényben, vagy

ebben a kúpban van több folyadék akkor, amikor mindkettő a magasságának feléig van feltöltve?

33, A mellékelt ábrán látható-, tengelyesen szimmetrikus hatszög két legnagyobb szöge 148° -os.

a, Határozza meg a hatszög másik négy szögének nagyságát és a hatszög területét!

b, Hány liter bor tölthető abba a hordószerű testbe, amelyet a hatszög bejelölt szimmetriatengelye körüli forgatásakor kapunk?

c, Egy borkereskedőnél bizonyos fajta borból csak 155 literes hordókkal van, egy másikonál pedig ugyanebből a fajtából csak 84 literes hordókkal. Az előbbi az utóbbinak 846 liter borral tartozik. Hány tele hordóval kell adnia és kapnia, hogy a tartozása kiegyenlítettessék? (A hordók ide-oda cipelése költséges, ezért a lehető legkevesebb hordót szeretnék megmozgatni.)

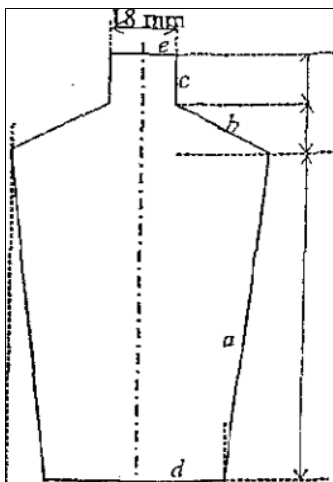
34, A mellékelt ábrán egy tengelyesen szimmetrikus nyolcszög látható.

a, Számítsa ki a nyolcszög kerületét! (4 pont)

b, Számítsa ki a nyolcszög területét! (4 pont)

c, Egy vázakészítő kisiparos olyan vázát tervez, amely a vizsgált nyolcszög szimmetria tengelye körüli forgatással kapható, 8,5 dl vizet beleöntve, milyen magasságig áll a vázában a víz?

(9 pont)



35, Egy 5 cm oldalú szabályos ötszöget az egyik szimmetriatengelye körül megforgatunk.

a, Mekkora az így sűrölt térrész térfogata? (12 pont)

b, Ha egy ilyen alakú forgástestet akarunk készíteni egy forgáshenger alakú fadarabból, akkor legalább hány százalék hulladék keletkezik a gyártás folyamán? (A henger és a belőle készített test forgástengelye azonos.)

36, Egy gúla alaplapja 5 cm oldalú rombusz, melynek hegyesszöge a tompaszögének harmada. A gúla ötödik csúcsa az alaplap középpontja felett van 10 cm-rel.

a, Határozzuk meg a gúla térfogatát! (5pont)

b, Határozzuk meg a gúla felszínét! (7pont)

c, Mekkora szöget zár be a hosszabb oldalél az alaplappal? (5pont)

37, Egy színes üveggömb sugara 4 cm, köré olyan szabályos négyoldalú üveggúlát tervezünk, amelynek lapjai érintik a gömböt és a gúla alapéle $8\sqrt{3}$ cm.

a, Mekkora a gúla felszíne? (8pont)

b, Hány cm^3 vízzel lehet kitölteni a gömb és a gúla közötti részt? (4pont)

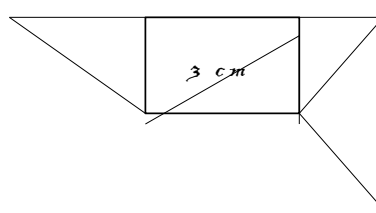
38, Az ábrán egy téglalap alapú gúla síkba kiterített hálózata látható. Minden oldallap derékszögű háromszög.

a, Rajzolja le a gúlát!

b, Határozza meg a gúla felszínét! .

c, Számítsa ki a gúla térfogatát

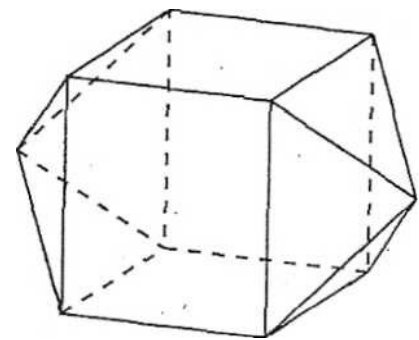
d, Számítsa ki, mekkora szöget zárnak be a gúla oldalélei az alaplap síkjával



39, Egy üveg papímehezéknek 12 lapja van: 4 négyzet és 8 egyenlő szárú háromszög. A négyzetek egy 3,5 cm élű kocka'lapjai, az egyenlő szárú háromszögek szárai 2,7 cm hosszúak, alapjuk a kocka-egy-egy élével egybeesik.

a, Mekkora az üvegtest térfogata és tömege? (Az üveg sűrűsége 2500 kg/m^3 , a tömeg kiszámítható a térfogat és a sűrűség szorzataként is.)

b, Mekkora szöget zár be egy négyzet-lap a vele közös oldallal rendelkező háromszöglapokkal?



40, Hat pálcából akarunk egy háromszög alapú gúlát összeállítani. A pálcák hossza növekvő sorrendben: 10 cm, 15 cm, 20 cm, 25 cm, 30 cm és 40 cm. A legrövidebb és a leghosszabb pálcák legyenek kitérő helyzetűek.

a, Hány különböző gúlát tudunk így előállítani? (Az egybevágó gúákat ne tekintse különbözőeknek!)

b, Számítsa ki a megfelelő gúák felszínét!

41, Egy egyiptomi piramis négyzet alapú szabályos gúla, az alpnégyzet oldala 150 m, a piramis magassága 120 m.

a, A piramis építéséhez 200 000 rabszolgát foglalkoztattak folyamatosan, és egy rabszolga naponta 1 tonna követ tudott 100 m-t mozgatni. Mennyi idő alatt tudták az építés helyéhez vinni a 110 km-re lévő bányából a piramishoz szükséges kő mennyiséget, ha 1200 m^3 helyet hagytak a sírkamrának és a járatoknak?

A kő űrűsége 2800 kg/m^3

(7 pont)

b, Hány fokos szögben hajlanak a piramis oldallapjai a vízszintes alapsíkhoz?(5 pont)

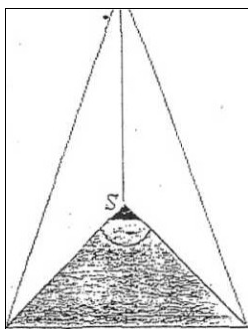
c, Egy előadás keretében becsomagolják a piramist. A csomagoláshoz felhasználandó anyagot 3 m^2 -es darabokban árulják. Hány ilyen ív papírral készüljenek a szervezők, ha 20%, a darabolásból adódó papír-vesztéssel számolnak?

(5 pont)

42, Egy Faház egyenlő szárú háromszög keresztmetszetű tetőrésében a csúcsba felfüggesztett csillár lámpája éppen a háromszög súlypontjába esik. A lámpa fényének nyílásszöge 90° , és fénykúpja a 4 méter széles padlózatot teljes szélességében megvilágítja.

a, Milyen magas a padlás? (6pont)

b, Mekkora területű kört világít a csillár, ha azt 1 méterrel lejjebb engedik? (6pont)



4 méter

43, Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm hosszú, palástjának területe (az oldallapok területösszege) hatszorosa az egyik alaplap területének.

Mekkora a hasáb felszíne és térfogata? (12pont)

44, Egy függőlegesen álló rádióantennát a magasságának $\frac{2}{3}$ részénél négy egyenlő, egyenként 14,5 m hosszú drótkötéllal rögzítenek a talajhoz. A rögzítési pontok a földön egy 10 m oldalhosszú négyzetet alkotnak.

a, Készítsen vázlatot az adatok feltüntetésével! (3pont)

b, Reklámcélokra a drótkötelek közé sátorszerűen vásznakat feszítenek ki. Mekkora ezek együttes területe? A választ adja meg négyzetméter pontossággal! (4pont)

c, Milyen magas az antenna? Adja meg a választ deciméter pontossággal! (10pont)

45, Egy ház padlásterének alapja olyan téglalap, amelynek oldalai 12 m és 15 m. A tetősíkok a vízszintessel 42° -os szöget zárnak be.

a, Mekkora a padláster térfogata? (10 pont)

b, Hány cserép szükséges a tetőfedéshez, ha egy cserép $0,08 \text{ m}^2$ területet fed le, és az elméletileg számított cserépszámot gyakorlati okokból 10 % -kal meg kell növelni? (7pont)

46, Egy vállalkozás reklám-ajándéka szabályos hatszög alapú egyenes gúla, amit fából készítenek el. A gúla alapélei 4,2 cm hosszúak, magassága 25 mm.

a, Hány cm faanyag van egy elkészült gúlában? (4pont)

b, A gúla oldallapjait színesre festik. Hány cm^2 felületet festenek be egy gúla 6 oldallapjainak a színezésekor? (8pont)

c, A gúla oldallapjait hat különböző színnel festik be úgy, hogy l-l laphoz egy 3, színt használnak. Hányféle lehet ez a színezés? (Két színezést akkor tekintünk . különbözőnek, ha forgatással nem vihetők át egymásba.) (3pont)

d, A cég bejáratánál az előbbi tárgy tízszeresére nagyított változatát helyezték el. 2-p Hányszor annyi fát tartalmaz ez, mint egy ajándéktárgy? (2pont)

47, Egyiptomban a kézművesek az odalátogató turistáknak, dísz tárgy gyanánt olyan piramisokat (négyoldalú szabályos gúlákat) öntöttek, amelyek a Kheopsz piramis 1:2800 arányú mása. A Kheopsz piramis magassága közel 140 m, két szemközti oldalélének hajlásszöge $109,47^\circ$.

- a, Mekkora a Kheopsz piramis alapéle? (4 pont)
- b, Mekkora egy dísz tárgy alapéle, oldaléle, térfogata? (5 pont)
- c, A szezon végén a kereskedőnél megmaradt 50 db dísz tárgyat beolvasztották és azokból 8,77 cm-es alkotójú, 6,2 cm-es sugarú kúpokat Öntöttek. Hány darab készülhetett a beolvasztott anyagból? (3 pont)

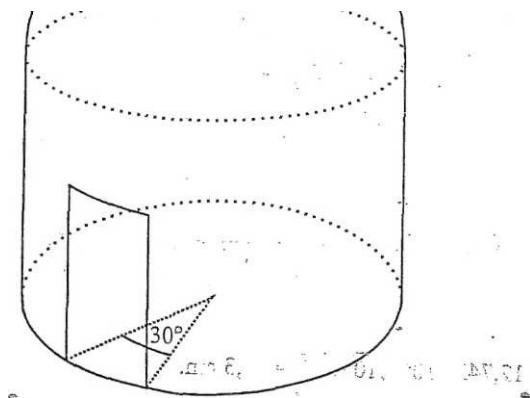
48, Egy kocka köré gömböt írunk, ami átmegy a kocka csúcsain. A gömb térfogata $1436,76 \text{ cm}^3$.

- a, Határozzuk meg a kocka térfogatát! (8 pont)
- b, Hány százaléka a kocka felszíne a gömb felszínének? (4 pont)
- c, Milyen távol van tőlünk a gömb középpontja, ha a gömb 2° -os szög alatt látszik? (5pont)

49, Egy földgömb-gyártó cég két új méretű terméket dob a piacra. Az egyik átmérője 25 cm, a másikon Magyarország területe 1 cm^2 . Az első típuson mekkora Magyarország területe? A másodiknak mekkora a sugara? Tudjuk, hogy a Föld felszíne $F=5,101 \times 10^8 \text{ km}^2$ és Magyarország területe $T=93036 \text{ km}^2$. (12 pont)

50, Egy házi csillagvizsgáló fala egy egyenes körhengerből, kupolája pedig egy, a hengerre illeszkedő félgömbből áll az ábrán látható módon. A henger magassága 2,5 m, alapkörének sugara 2 m. A kupola kör alakú nyílásának átmérője 2,4 m, az ajtó magassága 1,8 m.

A fal vastagságtól eltekintünk.



- a, Hány m^3 a csillagvizsgáló légtere? (4pont)
- b, Mekkora szögben figyelhetjük meg az égboltot, ha a kupola nyitva van, és a megfigyelési pont (távcső) a félgömb középpontjában van? (4 pont)
- c, Hány liter festék kell a csillagvizsgáló belső festéséhez, ha az ajtót; a padlót és a kupolát nem festik le és 50 m^2 -lefestéséhez 12 l festékre van szükség? (9 pont)

51, Egy parfüm-cég csonkakúp alakú parfümös üvegeket akar forgalomba hozni. Egy üveg térfogatát 100 ml-esre tervezik. Az előzetes felmérések alapján a vevők leginkább az olyan üvegeket kedvelik,

ahol a fedőkör átmérője fele az alapkör átmérőjének, és a magassága pedig megegyezik az üveg alapkörének átmérőjével.

a, Határozzuk meg annak a parfümös-üvegnek az adatait, amelyik teljesíti ezeket a követelményeket! (Az üveg falának vastagságát hanyagoljuk el!) (6 pont)

b, A kész terméket olyan téglatest alakú dobozokban viszik a boltokba, amelyekbe éppen belefér az üveg. Azt a részt, amit nem tölt ki az üveg, szivacsos anyaggal töltik ki, hogy a szállítás biztonságos legyen. Mennyi ilyen szivacsos anyagot vásároljon a cég, ha 15000 db terméket akar a piacra dobni? (6 pont)

c, A csomagoláshoz szükséges papírt 1 m^2 -es ívekben forgalmazza egy másik vállalkozás, ívenként 7000 forintos áron. Mennyibe kerül a 15000 dobozhoz szükséges csomagolóanyag? (Az íveket 20%-os veszteséggel tudják hasznosítani.) (5 pont)

52, Egy majonézes flakon csonkakúp alakú, alul 8 cm, felül 4 cm átmérőjű. A flakon magassága 18 cm, az előírt mennyiség betöltése esetén 16 cm magasságig van tele.

a, Hány deciliter majonéz az előírt mennyiség? (8 pont)

b, A gyártási folyamat ellenőrzése során 15 mérést végeztek. Ötször 14 cm és tízszer 16 cm töltési magasságot állapítottak meg. Számítsa ki a betöltött majonéz-térfogat átlagát és szórását a mintában! Kell-e állítani a betöltő automatikán, ha a térfogatok átlaga legfeljebb 3%-kal térhet el az előírt térfogattól? (9 pont)

53, Egy téglatest élei egymást követő pozitív egész számok. A térfogat mértéke a legrövidebb oldal mértékének 20-szorosa.

a, Mekkora a téglatest testátlója? (7pont)

b, Számítsa ki a leghosszabb él végpontjaiból induló testátlók hajlásszögét! (5pont)

c, A téglatestet pirosra festettük, majd lapjaival párhuzamos síkokkal egységnyi élű kis kockákra vágtuk szét. Hány db olyan kis kocka keletkezett melynek pontosan két lapja piros? (5pont)