

KOMBINATORIKA

1. Egy Audi, egy BMW és egy Citroen márkájú autó rendszám tábla párijait leszerelik. Hányféleképpen rakhatja vissza a párokat a feledékeny autószerelő? (2pont)
2. Anna, Bori és Cili moziba mentek. Hányféle sorrendben ülhetnek le egymás mellé? Írja le a megoldás menetét!
3. Hány különböző háromjegyű pozitív szám képezhető a 0, 6, 7, számjegyek felhasználásával? (2pont)
4. Háromjegyű számokat írtunk fel a 0, 5 és 7 számjegyekkel. Írja fel ezek közül azokat, amelyek ötten oszthatók, és különböző számjegyekből állnak! (2pont)
5. Moziba megy a hét törpe, jegyeik egymás mellé szólnak. Hányféleképpen ülhetnek le, ha Szende és Szundi egymás mellé akarnak ülni? (12pont)
6. Karcsi, Laci, Pali és Juci a moziba 4 egymás melletti székre kapott jegyet. Pali mindenképpen Juci mellett szeretne ülni. Hányféleképpen foglalhatják el helyüket?
7. Hány különböző módon ülhet le három házaspár egy sorba, ha az összetartozó párok egymás mellett akarnak ülni? (3pont)
8. Hat házaspár színházba ment. Egymás mellé vették a jegyet, hányféleképpen ülhetnek le, ha a házastársak egymás mellé akarnak ülni? (2pont)
9. Egy házaspár meghív 3 barátot vacsorázni. Hány különböző módon ülhetnek le a kör alakú asztalhoz, ha a házaspár egymás melletti székeken akar ülni? (Két ültetést azonosnak tekintünk, ha az asztalközép körüli forgatással egymásba átvihetők.) (3pont)
10. Egy körforgalomban 4 autó halad egymás után, egy Opel, egy Ford, egy Audi és egy Renault. Hányféle sorrendben haladhatnak?
11. Hányféleképpen lehet ráfűzni 5 különböző kulcsot egy kulcskarikára?
12. Anna nyakláncot fűz a gyöngyeiből. A lánc elkészítéséhez 7 különböző színű gyöngyöt szeretne felhasználni. Hány különböző láncot tud készíteni? (Két láncot azonosnak tekintünk, ha a két láncban minden gyöngyszemnek ugyanolyan színű a jobb és bal oldali szomszédja.) (3pont)
13. Négy különböző gyümölcsfából egyet-egyet ültetnek sorban egymás mellé: almát, körtét, barackot és szilvát. Tudom, hogy barackfa nem kerülhet a sor szélére. Hányféleképpen helyezhetem el a fákat? (3pont)
14. Hány 4-jegyű, ötten osztható szám képezhető a 1, 2, 5 számjegyekből? (2pont)
15. Egy iskolának mind az öt érettségiző osztálya egy-egy táncot mutat be a szalagavató bálon. Az „A” osztály palotást táncol, ezzel indul a műsor. A többi tánc sorrendjét sorsolással döntik el. Hányféle sorrend alakulhat ki? Válaszát indokolja! (3pont)
16. Egy kutyakiállításra 15-en neveztek be, mindenki egy kutyával. Hányféleképpen sorakozhatnak fel egymás mellett, ha a kutyák és gazdáik felváltva állnak? (2pont)
17. Egy osztály létszáma 32. Egyik tanítási órán a tanár 4 tanulót akar feleltetni. Hányféle módon választhatja ki a felelőket, ha a sorrendet is figyelembe vesszük?
18. Hányféleképpen készíthető 3 színű zászló 5 színből, ha minden szín csak egyszer fordulhat elő? (2pont)
19. Hányféle, a magyar zászlóhoz hasonló 3 sávú zászlót lehet készíteni 6 színből, ha minden szín legfeljebb egyszer fordulhat elő? (2pont)
20. A 0, 1, 1, 1, 2, 2 számjegyek mindegyikének felhasználásával hatjegyű számokat képeztünk.
 - a. Hány darab hatjegyű szám képezhető?
 - b. Az így kapott hatjegyű számok közül véletlenszerűen kiválasztottunk egyet. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az néggyel osztható?

21. A *Hull a pelyhes fehér hó* című dal első hét hangja a következő? C, C, G, G, A, A, G. Mindegyik hang ugyanolyan hosszú. Ha véletlenszerűen rakjuk őket sorba, akkor hány különböző dallamot kaphatunk?
22. Melyik nagyobb: az (a, a, a, a, b, b, b) betűkészletből alkotható hétbetűs szavak száma, vagy az ugyanebből a betűkészletből alkotható hatbetűs szavak száma?
23. Nyolc ember - A, B, C, D, E, F, G, H – leül egy padra. (Az ülőhelyek számozottak.) Hányféleképpen helyezkedhetnek el úgy, hogy
- H ne üljön a pad szélére;
 - A a B mellé és C a D mellé üljön;
 - E ne kerüljön F mellé?
24. Anna, Bea, Cili és Dóra együtt mentek moziba. Mozijegyük egymás mellé szólt. Útközben Bea és Cili összevesztek.
- Hányféle sorrendben ülhetnek le a négy egymás melletti helyre a lányok?
 - Hányféle sorrendben ülhetnek le a négy egymás melletti helyre, ha Bea és Cili nem ültek egymás mellé?
 - A mozi után beültek egy pizzériába egy kerek asztal köré. Hányféleképpen ülhetnek le, ha közben Bea és Cili kibékültek?
25. Hány olyan háromjegyű szám képezhető az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből, amelyekben csupa különböző számjegy szerepel?
26. Hány háromjegyű számot képezhetünk az 1, 2, 3, 4 számjegyekből, ha nem engedjük meg az ismétlődést? (3pont)
27. A 200 m-es mellúszás döntőjében nyolcan indultak.
- Hányféle beérkezési sorrend lehetséges?
 - Hányféle dobogós sorrend lehetséges?
28. A piacon az egyik zöldségpultnál hétféle gyümölcs kapható. Kati ezekből háromfélét vesz, mindegyikből 1-1 kilót. Hányféle összeállításban választhat Kati? (A választ egyetlen számmal adja meg!) (2pont)
29. Öt ember között sorsolnak ki öt különböző jutalmat úgy, hogy neveiket egy kalapból egymás után kihúzzák. Hány különböző sorrendben húzhatják ki az öt nevet? (2 pont)
30. András, Béla, Csaba, Dezső, Emil és Ferenc között kisorsolnak három ajándékot, egy könyvet, egy tollat és egy labdát. Hányféleképpen lehetséges ez, ha
- egy gyerek csak egy ajándékot kaphat;
 - egy gyerek több ajándékot kaphat?
31. Egy pályázatra 20 pályamunka érkezett, 5 kategóriában hirdettek Hányféleképpen történhetett ez, ha
- egy pályamunka csak egy kategóriában lehet győztes; (6pont)
 - egy pályamunka több kategóriában lehet győztes? (6pont)
32. Egy pályázatra 30 pályamű érkezett. A pályamunkák közül 18-at férfiak és 12-t nők nyújtottak be. A díjazáskor 1.első, 2. második és 3. harmadik díjat osztanak ki.
- Hányféleképpen történhet ez, ha a díjakat megosztani nem lehet? (7pont)
 - Hány esetben lehet az első és a 2. második helyezett is nő, ha a díjakat megosztani nem lehet? (5pont)
33. Egy versenyen 12-en vesznek részt,
- Hányféleképpen alakulhat ki végső sorrend, ha csak az első hármat rangsorolják?
 - Ha ez a verseny selejtező, s hatan kerülhetnek a döntőbe, akkor ez hányféleképpen történhet meg?
34. A-ból B-be négy turistaút vezet piros, sárga, zöld és kék. B-ből C-be két turistaút vezet piros és zöld, C-ből D-be pedig három út visz piros, sárga és kék. (17pont)
- Hányféleképpen járhatjuk be az ABCD útvonalat?

- b. Hányféleképpen járhatjuk be az ABCD útvonalat úgy, hogy a középső szakaszon más színű jelzéssel haladjunk mint előtte és utána?

35. „Nincs egy árva göncöm, amit felvegyek” – mondta egyik reggel X-né, miközben körülötte a szekrényből kiszórt ruhadarabok heverték. X ú igyekezett megnyugtanni kedves feleségét. Közös megegyezéssel kiválogattak a kupacból öt blúzt, három szoknyát, három muszlinát és négy pár cipőt, amiket azért mégiscsak hajlandó volt további viselés céljára megtartani az asszony. Férje így nyugtatta:
- *Megígérem neked, ha a kiválasztott ruhadarabokból már minden elképzelhető összeállításban viselted egy-egy napig (minden nap blúzt, szoknyát, sálát és cipőt is viselsz), akkor a teljes ruhatáradat közösen felújítjuk.*
Hány nap „türelmi időt” kap X úr a feleségétől?
36. A bohémiai útlevelet két betűvel és 5 számmal jelölték. Az első szám jelezte, hogy férfi vagy nő a tulajdonos, a második, hogy a 7 bohémiai tartomány közül hol él a tulajdonos. Hány útlevelet tudtak így megkülönböztetni, ha 20 betűt használtak fel ábécéjükben? (2pont)
37. Melyik régi fajta rendszámablából van több: amelyikben nem ismétlődik számjegy, vagy amelyikben igen? (Két betűt és négy számjegyet használhatunk fel, pl.: AB 12-34.)
38. Hány rendszámábla készíthető a 26 betű és 10 számjegy felhasználásával, ha három betűt és három számjegyet használhatunk fel? (Pl.: ABB 011.)
39. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van,
a. amely öt azonos számjegyből áll; (3pont)
b. amelyik páros; (4pont)
c. amelyik 4-gyel osztható? (5pont)
40. Az 1, 2, 3, 4 számjegyekkel négyjegyű számokat írunk fel úgy, hogy minden számjegyet többször is felhasználhatunk.
a. Hány különböző számot tudunk felírni?
b. Köztük hány olyan van, amelynek az első és az utolsó számjegye megegyezik?
c. Hány olyan van, amelyben az utolsó számjegy nem nagyobb az elsőnél?
d. Hány olyan van, amely 2000-nél nagyobb?
e. Hány olyan van, amely 4-gyel osztható?
41. Egy fogászati rendelőben az általános iskolai 4.C osztály 24 tanulójának fogairól végeznek felmérést. Minden gyerek fogairól kitöltik az alábbi táblázatot. Pl.: BA5 bal alsó 5-ös fogat jelenti, melynek lehetséges állapotai: hiányzik, tejfog (ez lehet lyukas, tömött vagy ép), vagy maradandó fog (ez lehet lyukas, tömött vagy ép). (Tejfog csak 20 van, és ebben az életkorban maradandó fogból is legfeljebb 28. A bölcsességfogak később nőnek ki.)

JF8	JF7	JF6	JF5	JF4	JF3	JF2	JF1	BF1	BF2	BF3	BF4	BF5	BF6	BF7	BF8
JA8	JA7	JA6	JA5	JA4	JA3	JA2	JA1	BA1	BA2	BA3	BA4	BA5	BA5	BA7	BA8

- a. Elvileg hányféleképpen tölthető ki egy gyerekről a táblázat?
b. Van-e biztosan kéz olyan gyerek az osztályban, akinek ugyanolyan a táblázata?
42. Feldobunk egy piros és egy fehér dobókockát. Hányféle eredménye lehet a dobásnak?
43. Kata megszámozta a füzetének oldalait. Eddig 31 számjegyet használt fel. Hány oldalt számozott meg eddig, ha a legelső oldalon egyessel kezdte?

44. Hány háromjegyű, hárommal osztható természetes szám készíthető a 0, 1, 3, 5, 7 számjegyekből, ha a számokban nem fordulhat elő ismétlődő számjegyek?
45. Leírtuk a számokat 1-től 2004-ig. Eközben hány számjegyet írtunk le?
46. Egy dobozban 15 zöld és 13 sárga golyó van. Véletlenszerűen kihúzzunk néhányat (legalább egyet) közülük. Legalább hányat kell kihúznunk, hogy a kihúzott golyók között biztosan legyen 3 zöld és 2 sárga is? (2pont)
47. Hány fős az a társaság, ahol biztosan van 4 olyan ember, aki ugyanabban a hónapban született? (2pont)
48. Határozzuk meg azt a legkisebb n pozitív egész számot, melyre biztosan teljesül a következő:
Az iskolában, ahova n diák jár biztosan van legalább 3 olyan diák, akinek ugyanazon van a születésnapja (az év 365 napos). (2pont)
49. Egy 27 fős osztályban legalább hány tanulóról lehet azt állítani, hogy születésnapjuk ugyan abban a hónapban van? (2pont)
50. Egy négyzet alakú, 3km^2 területű mezőn 17 üreglyuk található. Mutassuk meg, hogy van két olyan üreglyuk, amelyek egymástól mért távolsága kevesebb mint 750 méter!
51. Egy dobozban háromféle golyó van? 14 piros, 17 kék és 21 zöld. Legkevesebb hány golyót kell visszatevés nélkül véletlenszerűen kihúzni, hogy a kihúzott golyók között legyen:
- legalább kettő azonos színű;
 - mindhárom színből legalább egy;
 - legalább két zöld;
 - legalább két piros?
52. Egy dobozban háromféle golyó van: 4 piros, 7 kék és 11 zöld. Visszatevés nélkül, véletlenszerűen kivettünk 5 golyót. A következő állítások közül melyek igazak biztosan a dobozban maradt golyókra?
- Nincsen köztük piros golyó.
 - Mindhárom színből maradt.
 - Maradt kék golyó.
 - Legalább kétféle színű golyó maradt.
53. Az osztály 33 tanulója közül idegen nyelvként 15 angolt tanul, 13 németet és 5 franciát. Melyik idegen nyelvi csoportból mondhatjuk el, hogy biztosan van a csoportban legalább két olyan tanuló, aki ugyanabban a hónapban született?
54. Egy osztály 33 tanulója megírta a magyardolgozatot, amely az 1-5 jegyekkel értékelték. Mutassuk meg, hogy van köztük 7 olyan tanuló, akik ugyanolyan jegyet kaptak.
55. Három ajándékot akarok vásárolni és öt lehetséges dolog jöhet szóba. Hányféleképpen választhatok? (2pont)
56. Egy 32 fős osztályból öttagú küldöttséget választottak a diákparlamentbe. Hányféleképpen választható ki az 5 küldött?
57. A szóbeli érettségi vizsgán az osztály 22 tanulója közül az első csoportba öten kerültek.
- Hányféleképpen lehet a 22 tanuló közül véletlenszerűen kiválasztani az első csoportba tartozókat?
Először mindenki történelemből felel.
 - Hányféle sorrendben felelhet történelemből az 5 tanuló? (2pont)
58. Négy személy egyszerre érkezik egy kétszemélyes lifthez. Hányféle különböző módon választhatják ki maguk közül az első két utast?
59. Hány egyenes húzható nyolc olyan ponton át, amelyek közül semelyik semelyik három nem illeszkedik egy egyenesre? (2pont)
60. Hány szakaszt határoz meg 7 különböző pont a síkban? (2pont)
61. Legfeljebb hány síkot határoz meg 10 pont a térben? (2pont)

62. Hány metszéspontja lehet 12 különböző egyenesnek?
63. A 4 vagy 5 helyen kilyukasztott buszjegyből van több?
64. Egy kisvárosban izgalmas reformlottót játszanak: a 90 számból 85-öt húznak ki. Hol nehezebb telitalálatot elérni : a hagyományos lottóban (ahol 90 számból 5-öt húznak ki) vagy a reformlottóban?
65. Az ötös lottón az 1, 2, 3, ..., 90 számok közül húznak ki ötöt úgy, hogy a húzás sorrendje nem számít. Tekintsük a lehetséges számötösöket. Hány számötösben fordul elő a 8-as és a 19-es? (2pont)
66. Egy csomag magyar kártyából hányféleképpen lehet kiválasztani 4 lapot úgy, hogy 1 nyolcas és 3 makk legyen a kiválasztott lapok között? (3pont)
67. A 32 lapos magyar kártyából kiveszünk egyszerre 8 lapot.
- Hányféleképpen tehetjük meg ezt?
 - Hányféleképpen tehetjük meg ezt úgy meg, hogy a piros hetes biztosan a kihúzott lapok között legyen?
 - Hányféleképpen tehetjük meg ezt úgy meg, hogy a kihúzott lapok között legyen piros?
68. Egy filmklubban néhány film közül választanak ki négyet, amit majd meg fognak nézni. (17pont)
- Hány film közül választanak, ha a választási lehetőségek száma 495?
 - A tagok egy része inkább lemond három film megnézésének lehetőségéről, hogy kedvenc filmjük biztosan bekerüljön a kiválasztottak közé. Ha ezt mindenki elfogadja, akkor így hányféleképpen lehet filmet választani?
69. 100 darab készüléknek 8%-a hibás. Hányféleképpen lehet 6 készüléket úgy kiválasztani, hogy a kiválasztott berendezések között
- ne legyen hibás; (3pont)
 - mind hibás legyen; (2pont)
 - pontosan kettő hibás legyen; (3pont)
 - legalább négy hibás legyen; (4pont)
 - legfeljebb öt hibás legyen. (5pont)
70. Egy üzemben a múlt héten 500 terméket gyártottak, amiből 20 selejt. A minőségellenőrzésen taláalomra kiválasztanak 10 terméket az 500 közül.
- Hányféle választás lehetséges?
 - Hány esetben lehet pontosan 5 selejt a 10 közül?
 - Hányadrésze ez utóbbi az összes esetnek?
71. Egyszerűsítse a következő törtet: (2pont)
- $$\frac{(n-3)!}{(n-1)!}$$
72. Számítsa ki az alábbi műveletek eredményét!
- $\frac{76!}{74!}$
 - $73 \cdot 72! - \frac{74!}{74}$
73. Hányféleképpen olvasható ki a MICIMACKÓ szó a következő ábra bal felső sarkából a jobb alsó sarkáig?

M	I	C	I	M	A
I	C	I	M	A	C
C	I	M	A	C	K
I	M	A	C	K	Ó

74. Hányféleképpen olvasható le a MOZAIK szó, ha csak jobbra vagy lefelé haladhatunk?

M	O	Z	A
O	Z	A	I
Z	A	I	K

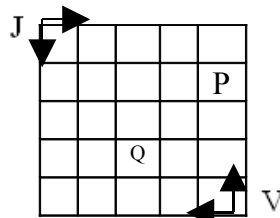
75. Hány különböző módon olvasható ki a GONDOLKODÓ szó a mellékelt ábrából, ha a G-től indulva csak jobbra vagy lefelé haladhatunk? (3pont)

G O N D
 O N D O
 N D O L
 K O D
 O D Ó

76. Hány különböző módon olvasható ki a HATÁROZOTT szó a mellékelt ábrából, ha a H-től indulva csak jobbra vagy lefelé haladhatunk?

H A T Á
 A T Á R
 T Á R O
 Z O T
 O T T

77. Az ábra egy kisváros négyzettrácsos úthálózatát mutatja. Jenő és Vilma egyszerre indulnak el, a kereszteződésekben mindig a megadott irányok közül véletlenszerűen választva, egyenletes, azonos sebességgel. Csak akkor tudják egymást észrevenni, ha azonos kereszteződéshez érnek.



- Hányféle útvonalon juthat el Vilma a P pontba?
 - Hányféle útvonalon juthat el Jenő Vilmához, ha Vilma nem indul el a kiindulási helyéről?
 - Hányféle esetben találkozhatnak?
 - Mennyi annak valószínűsége, hogy találkoznak? (17pont)
78. Egy szellemi vetélkedő döntőjébe 20 versenyzőt hívtak be. A zsűri az első három helyezettet és két további különdíjast fog rangsorolni. A rangsorolt versenyzők oklevelet és jutalmat kapnak.
- Az öt rangsorolt versenyző mindegyike ugyanarra a színházi előadásra kap egy-egy jutalomjegyet. Hányféle kimenetele lehet ekkor a versenyen a jutalmazásnak? (4pont)
 - A dobogósok három különböző értékű könyvutalványt, a különdíjasok egyike egy színházjegyet, a másik egy hangversenyjegyet kap. Hányféle módon alakulhat ekkor a jutalmazás? (4pont)
 - Ha már eldőlt, kik a rangsorolt versenyzők, hányféle módon oszthatnak ki nekik jutalmat öt különböző verseskötetet? (3pont)

- d. Kis Anna a döntő egyik résztvevője. Ha feltesszük. Hogy a résztvevők egyenlő eséllyel versenyeznek, mekkora a valószínűsége, hogy Kis Anna eléri a három dobogós hely egyikét, illetve hogy az öt rangsorolt személy egyike lesz? (6pont)

79. Rita fel akarja hívni barátját Bettit, de sajnos elfelejtette a telefonszámát. Arra emlékszik, hogy az első két számjegyből alkotott szám és a 3., 4., 5. jegyből alkotott háromjegyű szám egyaránt köbszám (egy egész szám köbe) volt, sőt ez utóbbi háromjegyű szám négyzetszám is egyben, míg utolsó (6.) prím szám. Legfeljebb hány próbálkozás szükséges ahhoz, hogy létrejöjjön a telefonbeszélgetés?

80. Egy bolha ugrál a számegeyenesen. Kezdetben a 0 pontba ül, majd minden másodpercben véletlenszerűen jobbra vagy balra ugrik egy egységnyit (mindkét irányba azonos valószínűséggel).

- a. Határozzuk meg, hány különböző pontban lehet 10 ugrás után? (4pont)
- b. Mennyi a valószínűsége annak, hogy 10 ugrás után az origóba (a 0 pontba) jut vissza? (5pont)
- c. Hányféleképpen juthat el 10 lépésben a számegeyenes 2-es pontjába? (3pont)